

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

«Использование ЯОС Python для инженерных и научных расчетов»

Rev. 2016 07 09

Оборудование для выполнения практического задания:

Персональный компьютер со средой разработки языка Python и библиотеками NumPy, Matplotlib, SciPy.

Задание:

- а) Решить СЛАУ при помощи NumPy.
- б) Построить график функции и её фурье-образа (модуль, фаза, Re/Im-части).
- в) Разложить дробно-рациональную функцию на множители, на слагаемые (в символическом виде).

Порядок выполнения работы:

- а) Решить СЛАУ при помощи NumPy.

Каждый обучаемый получает свой вариант задания открытого типа с системой линейных алгебраических уравнений (5–10 порядка).

Необходимо написать сценарий на языке Python, в котором коэффициенты СЛАУ вводятся в виде матрицы NumPy и выполняется вызов `numpy.linalg.solve`. Полученный результат необходимо проверить (перемножить матрицы).

Результатом работы по данному пункту является листинг сценария и численный ответ – решение предложенной СЛАУ.

- б) Построить график функции и её фурье-образа (модуль, фаза, Re/Im-части).

Каждый обучаемый получает свой вариант задания открытого типа с функцией, заданной в аналитическом виде.

Необходимо написать сценарий на языке Python, в котором для заданной функции генерируется массив отсчётов. Над этим массивом отсчётов выполняется БПФ (`numpy.fft`). Полученные массивы используются для построения графиков при помощи библиотеки Matplotlib.

Результатом работы по данному пункту является листинг сценария и графики: исходной функции, модуля фурье-образа, аргумента фурье-образа, вещественной части фурье-образа, мнимой части фурье-образа.

- в) Разложить дробно-рациональную функцию на множители, на слагаемые (в символическом виде).

Каждый обучаемый получает свой вариант задания открытого типа с дробно-рациональной функцией, заданной в аналитическом виде.

Необходимо написать сценарий на языке Python, в котором заданная функция вводится в виде полиномов (`numpy.poly1d`). Путём нахождения корней полиномов числителя и знаменателя (`numpy.roots`) функция записывается в виде произведения дробно-рациональных функций меньшего порядка (это полезно при моделировании БИХ-фильтров, представляя их в виде каскадной схемы). Путём разложения дробно-рациональной функции на простые дроби (`scipy.signal.residue`) исходная функция записывается в виде суммы дробно-рациональных функций меньшего порядка (это полезно при моделировании БИХ-фильтров, представляя их в виде параллельной схемы).

Результатом работы по данному пункту является листинг сценария и аналитическая запись разложений заданной функции.

Варианты заданий к пункту А

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ x_2 + 3x_3 + x_4 = 10 \\ x_3 + 2x_4 + x_5 = 10 \\ x_4 + 3x_5 + x_6 = 10 \\ x_5 + 2x_6 + x_7 = 4 \\ x_6 + 3x_7 = 1 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 12x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 16 \\ x_1 + 12x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 16 \\ x_1 + x_2 + 12x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 16 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 12x_4 + x_5 + x_6 = 16 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 12x_5 + x_6 = 16 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + 12x_6 = 5 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x_1 + 0.1x_2 + 0.1x_3 + 0.1x_4 + 0.1x_5 + 0.1x_6 = 7 \\ 0.1x_1 + 5x_2 + 0.1x_3 + 0.1x_4 + 0.1x_5 + 0.1x_6 = 11.9 \\ 0.1x_2 + 5x_3 + 0.1x_4 + 0.1x_5 + x_6 = 16.7 \\ 0.1x_3 + 5x_4 + 0.1x_5 + 0.1x_6 = 21.4 \\ 0.1x_4 + 5x_5 + 0.1x_6 = 26 \\ 0.1x_5 + 5x_6 = 30.5 \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 - x_2 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ -x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ -x_3 + 2x_4 - x_5 = 2 \\ -x_4 + 2x_5 - x_6 = -2 \\ -x_5 + 2x_6 = 3 \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 6x_5 + 7x_6 = 25 \\ 3x_1 + 5x_3 + 6x_4 + 7x_5 + 8x_6 = 29 \\ 4x_1 + 5x_2 + 7x_4 + 8x_5 + 9x_6 = 33 \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 9x_5 + 10x_6 = 37 \\ 6x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 9x_4 + 11x_6 = 41 \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 10x_4 + 11x_5 = 45 \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 10 \\ x_2 + 4x_3 + x_4 = 8 \\ x_3 + 4x_4 + x_5 = 10 \\ x_4 + 4x_5 + x_6 = 8 \\ x_5 + 4x_6 + x_7 = 6 \\ x_6 + 4x_7 = 5 \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 4 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 + x_6 = -6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 + x_6 = -4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + 3x_6 = -2 \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ -x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \\ -x_3 + 3x_4 - x_5 = -2 \\ -x_4 + 3x_5 - x_6 = 2 \\ -x_5 + 3x_6 = 2 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} x_1 + 0.1x_2 + 0.1x_3 + 0.1x_4 + 0.1x_5 + 0.1x_6 = 0.3 \\ 0.2x_1 + x_2 + 0.1x_3 + 0.1x_4 + 0.1x_5 + 0.1x_6 = 0.4 \\ 0.2x_2 + x_3 + 0.1x_4 + 0.1x_5 + x_6 = 0.49 \\ 0.2x_3 + x_4 + 0.1x_5 + 0.1x_6 = 0.57 \\ 0.2x_4 + x_5 + 0.1x_6 = 0.64 \\ 0.2x_5 + x_6 = 0.7 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 + 5x_6 = 70 \\ x_1 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 + 5x_6 = 69 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_4 + 4x_5 + 5x_6 = 67 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_5 + 5x_6 = 64 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_6 = 60 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 55 \end{cases} \quad (10)$$

Варианты заданий к пункту Б

$$f(x) = 0.5e^{-(x-1)^2} + 0.7e^{-(x+1)^2} \quad (11)$$

$$f(x) = \frac{1.2x^2 - 0.4x + 2.4}{x^4 + 4} \quad (12)$$

$$f(x) = \frac{0.5}{\sqrt{0.1 + (x-1)^2}} + \frac{0.7}{\sqrt{0.1 + (x+1)^2}} \quad (13)$$

$$f(x) = 0.8e^{-0.5(x-1)^2} + 0.6e^{-0.4(x+1)^2} \quad (14)$$

$$f(x) = \frac{0.62x^2 + 0.04x + 2.02}{0.2x^4 + 0.5x^2 - 0.2x + 2.1} \quad (15)$$

$$f(x) = \frac{0.8}{\sqrt{0.1 + 0.5(x-1)^2}} + \frac{0.6}{\sqrt{0.1 + 0.4(x+1)^2}} \quad (16)$$

$$f(x) = 0.7e^{-2(x-1)^2} + 0.3e^{-3(x+1)^2} \quad (17)$$

$$f(x) = \frac{2.7x^2 + 3x + 3.7}{6x^4 - 7x^2 + 2x + 12} \quad (18)$$

$$f(x) = \frac{0.7}{\sqrt{0.1 + 2(x-1)^2}} + \frac{0.3}{\sqrt{0.1 + 3(x+1)^2}} \quad (19)$$

$$f(x) = \frac{5x^2 + 4x + 6}{21x^4 - 32x^2 + 8x + 32} \quad (20)$$

Варианты заданий к пункту В

$$H(z) = \frac{z^3 + 3z^2 + 3z + 1}{z^3 + 0.351z^2 + 0.195z + 0.013} \quad (21)$$

$$H(z) = \frac{z^3 + 1.865z^2 + 1.865z + 1}{z^3 - 0.00085z^2 + 0.421z + 0.0343} \quad (22)$$

$$H(z) = \frac{z^3 + 0.695z^2 + 0.695z + 1}{z^3 - 1.251z^2 + 1.281z - 0.532} \quad (23)$$

$$H(z) = \frac{z^3 + 3z^2 + 3z + 1}{z^3 + 2.263z^2 + 1.736z + 0.449} \quad (24)$$

$$H(z) = \frac{z^3 + 2.706z^2 + 2.706z + 1}{z^3 + 1.415z^2 + 0.959z + 0.236} \quad (25)$$

$$H(z) = \frac{z^3 + 1.787z^2 + 1.787z + 1}{z^3 + 0.768z^2 + 0.974z + 0.131} \quad (26)$$

$$H(z) = \frac{z^3 + 3z^2 + 3z + 1}{z^3 + 2.616z^2 + 2.290z + 0.670} \quad (27)$$

$$H(z) = \frac{z^3 + 0.652z^2 + 0.652z + 1}{z^3 - 1.145z^2 + 0.727z - 0.1205} \quad (28)$$

$$H(z) = \frac{z^3 - 0.614z^2 - 0.614z + 1}{z^3 - 2.281z^2 + 2.070z - 0.662} \quad (29)$$

$$H(z) = \frac{z^3 + 3z^2 + 3z + 1}{z^3 - 1.499z^2 + 1.074z - 0.296} \quad (30)$$

Литература для подготовки к выполнению практического задания

1 Высшая математика : методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерных специальностей / ГОУ ВПО ПетрГУ ; [сост.: Н. Ю. Светова, М. М. Кручек], Ч. 1. — Петрозаводск : Изд-во ПетрГУ, 2007. — 40 с.

2 Солонина, А. И. Цифровая обработка сигналов и MATLAB: учеб. пособие / А. И. Солонина, Д. М. Клионский, Т. В. Меркучева, С. Н. Перов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2013. — 512 с.

3 The Python Tutorial [Electronic resource] / Python Software Foundation. — [S.l. : s. n.], 2016. — Mode of access: <https://docs.python.org/2/tutorial/index.html>. — Title from the screen.

4 NumPy User Guide [Electronic resource] / The SciPy Community. — [S. l. : s. n.], 2015. — Mode of access: <http://docs.scipy.org/doc/numpy/user/index.html>. — Title from the screen.

5 SciPy [Electronic resource] / The SciPy Community. — [S. l. : s. n.], 2016. — Mode of access: <http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/>. — Title from the screen.

6 Matplotlib 1.5.1 Documentation Overview / The Matplotlib development team. — [S. l. : s. n.], 2016. — Mode of access: <http://matplotlib.org/contents.html>. — Title from the screen.

Самостоятельная работа к теме 1:

1) Материал для повторения – основные методы решения СЛАУ, их достоинства и недостатки [1].

2) Материал для повторения – особенности дискретного преобразования Фурье, эффекты алиасинга и Гиббса [2].